

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ВОЛИНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ЛЕСІ УКРАЇНКИ**

**«Затверджено»**

Голова приймальної комісії, ректор  
Волинського національного  
університету імені Лесі Українки

  
«28» червня 2024 р.  
Протокол №



**ПРОГРАМА**  
**ВСТУПНОГО ІСПИТУ**  
**ІЗ СПЕЦІАЛЬНОСТІ 111 МАТЕМАТИКА**  
**ДЛЯ ВСТУПУ НА НАВЧАННЯ ДЛЯ ЗДОБУТТЯ СТУПЕНЯ**  
**ДОКТОРА ФІЛОСОФІЇ**  
**(освітньо-наукова програма – НАБЛИЖЕННЯ КЛАСІВ**  
**ПЕРІОДИЧНИХ ФУНКЦІЙ)**

ЛУЦЬК – 2024

## ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Програма вступного іспиту до аспірантури із спеціальності 111 Математика відображає сучасний стан розвитку цієї науки і включає всі її найважливіші розділи, знання яких необхідне висококваліфікованим фахівцям. Вступник до аспірантури із спеціальності 111 Математика має продемонструвати високий рівень теоретичної та практичної підготовки, показати достатній рівень знань загальних питань математики, глибоке розуміння кожного з її розділів, а також уміння застосовувати свої знання для розв'язання науково-дослідницьких та прикладних завдань.

Освітньо-наукова програма Наближення класів періодичних функцій відповідає місії та стратегії Волинського національного університету імені Лесі Українки, за якою стратегічним пріоритетом університету є фундаменталізація підготовки фахівців. Особливості освітньої – наукової програми враховані шляхом обрання відповідних розділів програми вступного іспиту. Проведення вступного випробування має виявити рівень підготовки вступника з обраної для вступу спеціальності.

В сучасній науці і техніці математичні методи дослідження, моделювання і проектування відіграють важливу роль. Важливим завданням курсу математики є розвиток логічного і алгоритмічного мислення, вміння проводити математичний аналіз прикладних задач. Ця програма з математики відображає нові вимоги, які ставить до математичної освіти XXI століття. Її характеризує прикладна направленість та орієнтація на використання математичних методів. Загальний курс математики становить фундамент математичної підготовки. Дисципліни, зміст яких входить до програми, належать до циклу математичних дисциплін. Метою проведення даного випробування є перевірка базових навичок та вмінь вступників щодо розв'язання математичних задач, які є основою при дослідженні характеристик процесів, знання основних принципів і законів математичних дисциплін; здатності відтворювати математичні моделі, кількісно формулювати і вирішувати математичні задачі, наявність уявлення про межі застосування математичних моделей і теорій.

Теоретичні питання вступного іспиту можна поділити на шість розділів:

1. Математичний аналіз.
2. Диференціальні рівняння.
3. Функціональний аналіз.
4. Теорія міри та інтегралу.
5. Комплексний аналіз.
6. Теорія ймовірностей.

Вступне випробування зі спеціальності проводиться у формі тестування. У наступному розділі програми наведені лише ті теми з зазначених розділів, які стосуються виконання завдань вступних випробувань. Інформація про правила прийому на навчання та вимоги до вступників освітньої – наукової

програми «Наближення класів періодичних функцій» наведено на веб-сторінці аспірантури та докторантури Волинського національного університету імені Лесі Українки за посиланням <https://vstup.vnu.edu.ua/aspirantura/>

## ТЕМАТИЧНИЙ ЗМІСТ

### Математичний аналіз

1. Функції однієї змінної: границя функції в точці; дослідження локальної поведінки функції; неперервні функції та їх основні властивості. Обернена функція та умови її існування.
2. Похідна та її застосування: означення та правила обчислення похідних; теореми про функції, що мають похідну; диференціал функції, похідні та диференціали вищих порядків; формула Тейлора; дослідження функцій на екстремум.
3. Невизначений інтеграл: означення, властивості та методи інтегрування.
4. Визначений інтеграл: означення, основні властивості.
5. Числові ряди: означення збіжності, критерій Коші; критерій та ознаки збіжності рядів з невід'ємними членами; абсолютно і умовно збіжні ряди.
6. Функціональні ряди: означення, критерій та ознаки рівномірної збіжності; властивості рівномірно збіжних рядів, почленне диференціювання та інтегрування; степеневі ряди та їх основні властивості, розвинення елементарних функцій у степеневі ряди.
7. Функції кількох змінних: границя в точці; неперервність; властивості неперервних функцій на компактах; частинні похідні; диференційованість; формула Тейлора; дослідження на екстремум; градієнт, похідна за напрямом; теорема про існування неявної функції.
8. Невласні інтеграли: означення, властивості, ознаки збіжності; властивості функцій, що визначаються невластими інтегралами. Інтеграли, що залежать від параметра: неперервність, диференціювання та інтегрування по параметру.
9. Кратні інтеграли: означення, властивості, обчислення; невластні кратні інтеграли.
10. Криволінійні та поверхневі інтеграли; означення, властивості, обчислення; формула Гріна, Гауса-Остроградського і Стокса.
11. Ряди і інтеграл Фур'є: означення, властивості рядів Фур'є відносно ортонормованих систем функцій; ознаки збіжності тригонометричних рядів Фур'є; розклад функцій в тригонометричні ряди Фур'є; інтегральна формула Фур'є; перетворення Фур'є.

### Диференціальні рівняння

1. Звичайні диференціальні рівняння. Диференціальні рівняння 1-го порядку: основні поняття. Теорема Коші-Пікара існування та єдиності розв'язку задачі Коші. Основні класи рівнянь, які інтегруються в квадратурах. Рівняння Ріккати.

Диференціальні рівняння  $n$ -го порядку. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають зниження порядку. Рівняння Ейлера.

2. Системи диференціальних рівнянь. Загальний розв'язок. Теореми існування та єдиності. Неперервна залежність розв'язку задачі Коші від початкових даних та параметрів. Продовження розв'язку. Положення рівноваги та їх класифікація.

3. Лінійні рівняння  $n$ -го порядку. Розв'язок лінійних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Основні властивості розв'язків. Однорідні і неоднорідні лінійні рівняння. Структура загального розв'язку. Метод варіації довільних сталих.

4. Системи лінійних рівнянь. Фундаментальна матриця розв'язків. Формула Остроградського-Ліувілля. Перші інтеграли системи диференціальних рівнянь, їх існування та застосування.

5. Диференціальні рівняння з частинними похідними першого порядку: побудова загального розв'язку; розв'язність задачі Коші.

### **Функціональний аналіз**

1. Міра множин: означення та властивості; міра Лебега на прямій і в просторі  $R^n$ .

2. Вимірні функції: означення, основні властивості.

3. Інтеграл Лебега: означення, основні властивості; теореми про граничний перехід під знаком інтеграла.

4. Метричні простори: означення, приклади, повнота, сепарабельність; принцип нерухомої точки та його застосування.

5. Банахові і гільбертові простори: означення, приклади, властивості норми і скалярного добутку.

6. Лінійні неперервні функціонали і оператори: означення, властивості, норма; обернені оператори.

7. Компактні множини і компактні оператори в банахових просторах: означення, властивості; теореми Фредгольма для операторних рівнянь 2-го роду з компактними операторами.

8. Резольвента і спектр оператора: означення, властивості, спектр компактних і самоспряжених операторів.

### **Теорія міри та інтегралу.**

1. Міри Лебега і Лебега-Стілтєса.

2. Означення і властивості інтегралу Лебега.

3. Теорема про граничний перехід під знаком інтеграла.

4. Добуток мір і теорема Фубіні.

5. Функції обмеженої варіації і заряди.

6. Інтеграл Стілтєса.

7. Абсолютно неперервні функції. Абсолютна неперервність і сингулярність мір.

8. Похідна монотонної функції. Похідна від інтегралу за верхньою межею.

9. Інтеграли по довільних мірах.

### **Комплексний аналіз**

1. Елементарні функції комплексної змінної.
2. Умова аналітичності функції.
3. Теорема і формула Коші.
4. Принцип максимуму модуля.
5. Розклад в ряд Тейлора і Лорана.
6. Класифікація ізольованих особливих точок.
7. Теорема Ліувілля.
8. Лишки.
9. Принцип аргументу. Теорема Руше.
10. Властивості єдиності аналітичних функцій. Аналітичне продовження.
11. Конформні відображення. Теорема Рімана.

### **Теорія ймовірностей**

1. Ймовірнісний простір; аксіоми теорії ймовірностей; неперервність ймовірності.
2. Умовна ймовірність, формула повної ймовірності.
3. Дискретні розподіли: Бернуллі, біноміальний, Пуассона.
4. Теорема Пуассона.
5. Неперервні розподіли: рівномірний, нормальний.
6. Випадкові величини, функція розподілу.
7. Моменти випадкової величини; математичне сподівання; дисперсія.
8. Нерівність Чебишева; закон великих чисел.
9. Випадкові вектори, спільна функція розподілу.
10. Кореляція, коваріація; нерівність Коші -Буняковського.
11. Багатовимірний нормальний розподіл.
12. Характеристичні функції, властивості.
13. Слабка збіжність розподілів.
14. Закон великих чисел Хінчіна.
15. Центральна гранична теорема.

### **РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА**

1. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз, Ч. 1, 2. Київ: Либідь, 1994.
2. Костробій П.П., Строчик М.М. Математичний аналіз II. Львів: Растр-7, 2022. 392 с.
3. Давидов М.О. Курс математичного аналізу, ч. 1, 2, 3. Київ: Вища школа, 1990, 1991, 1992.
4. Березанський Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. Функціональний аналіз. Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2014. 559 с.
5. Кадець В.М. Курс функціонального аналізу та теорії міри. Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2012. 590 с.

6. Степанов В.В. Курс диференціальних рівнянь. Київ, 1953. 444с.
7. Самойленко А. М., Перестюк М. О., Парасюк І. О. Диференціальні рівняння. Київ: Либідь, 2003.
8. Диференціальні рівняння/Ляшко І.І., Боярчук О.К., Гай Я.Г., Калайда О.Ф.Київ: Вища школа, 1981. 504 с.
9. Клесов О. І., Теорія ймовірностей та математична статистика, електронний конспект лекцій, Київ: ТВіМС, 2018. 426 с.
10. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика. Київ: ВПЦ Київський університет”, 2007. 494 с.
11. В.М. Турчин. Теорія ймовірностей та математична статистика, 2-е видання: підручник. Дніпро: Ліра, 2018.
12. Долженко Є. П., Єрмаков А. І. Теорія функції комплексної змінної та деякі її застосування: навчальний посібник. Луганськ: Вид-во СЛУ ім. В. Даля, 2003.
13. Комплексний аналіз: підруч. / Гольдберг А.А., Шеремета М.М., Заблоцький М.В., Скасків О.Б. Львів: Афіша, 2002. 204 с.
14. Комплексний аналіз і течії з вільними границями / [відп. ред.: Зелінський Ю.Б., Лимарченко О.С.]. Київ: ІМ НАН України, 2010. 442 с.
15. Швець В. Т. Вища математика: теорія функцій комплексної змінної. Одеса: ВМВ. 2014, 236 с.

### КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Організація та проведення вступних випробувань до аспірантури здійснюється відповідно до Правил прийому до аспірантури Волинського національного університету імені Лесі Українки у відповідному році.

Конкурсний бал вступника оцінюється за шкалою від 100 до 200 балів. Вступний іспит проводиться у формі комп’ютерного тестування. Вступник розв’язує 40 завдань.

Результати виконання завдань дозволяють виявити рівень підготовки вступника: 1 рівень (високий): 200-180 балів; 2 рівень (середній): 179-160 балів; 3 рівень (достатній): 159-140 балів; 4 рівень (низький): 139-100 балів.

Виконання завдань вступного іспиту зі спеціальності 111 «Математика» передбачає необхідність неухильного дотримання норм та правил академічної доброчесності відповідно до Положення про академічну доброчесність у Волинському національному університеті імені Лесі Українки.

Голова предметної комісії

Світлана ГЕМБАРСЬКА

Відповідальний секретар  
приймальної комісії

Олег ДИКИЙ