**ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ ВСТУПНОГО ІСПИТУ**

**ЗІ СПЕЦІАЛЬНОСТІ** 113 ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

**(освітньо-наукова програма «Математика та статистика»)**

* 1. **Диференціальні рівняння. Рівняння математичної фізики**

1. Диференціальні рівняння – основні поняття. Теорема щодо існування та єдності розв’язку задачі Кошi. Диференціальні рівняння 1-го порядку та 2-го порядку, що допускають зниження порядку.
2. Лінійні диференціальні рівняння. Структура розв’язків лінійних однорідних та неоднорідних диференціальних рівнянь. Лінійні однорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Розв’язання лінійних диференціальних рівнянь операційним методом.
3. Системи лінійних диференціальних рівнянь.
4. Метод послідовних наближень для розв’язання нелінійних диференціальних рівнянь. Метод малого параметру.
5. Вступ до теорії стійкості руху, основні поняття. Визначення стійкості за Ляпуновим.
6. Основні рівняння математичної фізики. Отримання основних рівнянь математичної фізики.
7. Рівняння гіперболічного типу. Коливання струн та стрижнів. Крайові та початкові умови. Задача Коші. Редукція загальної задачі. Метод Фур’є (відокремлення змінних).
8. Рівняння параболічного типу. Розповсюдження тепла у просторі. Однорідна крайова задача. Застосування методу відокремлення змінних для розв’язання задач стаціонарної теплопровідності.
9. Рівняння еліптичного типу. Задачі, що призводять до рівняння Лапласу. Розв’язок задач для диференціальних рівнянь еліптичного типу з частинними похідними методом Фур’є.
10. Гармонійні функції. Формули Гріну. Властивості гармонійних функцій. Метод функцій Гріну. Задача Дирихле для рівнянь Лапласу. Основи теорії потенціалу.

# 2. Математичне моделювання. Чисельні методи.

1. Елементи теорії функцій і функціонального аналізу. Метричні та нормовані простори. Принцип стиснутих відображень.
2. Ортогональні системи функцій. Узагальнені ряди Фур'є. Перетворення Лапласа. Лінійні оператори. Власні функції і власні значення лінійного оператора.
3. Методи оптимізації. Умови екстремуму функції багатьох змінних. Постановка задач оптимізації.
4. Необхідні і достатні умови безумовного екстремуму. Необхідні і достатні умови умовного екстремуму.
5. Чисельні методи пошуку безумовного екстремуму. Метод Ньютона. Чисельні методи пошуку умовного екстремуму.
6. Основи варіаційного числення. Варіаційні задачі пошуку безумовного екстремуму. Метод варіацій у задачах з нерухомими і рухомими межами.
7. Чисельні методи. Методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь.
8. Метод простої ітерації, метод Ньютона і його модифікації. Методи розв’язання задач про власні значення і власні вектори матриці.
9. Задача інтерполяції. Задача апроксимації. Метод найменших квадратів. Чисельні методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь. Методи розв'язання крайових задач.
10. Принципи математичного моделювання. Основні принципи математичного моделювання. Методи побудови математичних моделей на основі фундаментальних законів природи. Принципи адекватності та оптимальності у виборі моделі.

11. Дискретність і безперервність. Вибір числа ступенів свободи. Лінійність і нелінійність. Детермінованість і випадковість. Контроль моделі. Методи аналізу і спрощення моделі. Стійкість моделі. Математичні моделі у наукових дослідженнях.

# 3. Теоретична і аналітична механіка

1. Основні поняття механіки: простір, час, маса, сила, рух; матеріальні тіла і точки. Основні розділи механіки.
2. Закони Ньютона, основне рівняння руху точки.
3. Кінематика точки. Основні поняття кінематики (траєкторія, швидкість, прискорення). Кінематика твердого тіла. Поняття "кількість ступенів свободи".
4. Складний рух точки. Локальна похідна. Швидкість і прискорення при складному русі.
5. Поняття "узагальнені координати". Узагальнені сили.
6. Загальні теореми динаміки системи матеріальних точок. Теореми про змінювання кількості руху, про рух центра мас і про змінювання моменту кількості руху.
7. Основне рівняння динаміки (варіаційний принцип Даламбера-Лагранжа). Рівняння Лагранжа другого роду.
8. Варіаційні принципи механіки. Принцип Гамільтона-Остроградського.
9. Лінійні коливання. Вільні і вимушені коливання. Лінійний резонанс.
10. Поняття орієнтації твердого тіла в просторі. Кінематичні параметри: матриця напрямних косинусів, кути Ейлеру, Крилова, кватерніони. Кінематичні та динамічні рівняння обертання твердого тіла.

# 4. Основи теорії управління

1. Основні поняття і визначення. Поняття про систему управління. Об'єкт управління. Принцип зворотного зв'язку.
2. Приклади систем управління. Функціональні і структурні схеми. Класифікація математичних моделей систем управління.
3. Задачі аналізу, синтезу, ідентифікації. Аналіз стійкості, керованості, спостережливості, чутливості.
4. Опис лінійних безперервних систем диференціальними рівняннями, передавальними функціями і у векторно-матричній формі, перехідними функціями, інтегральними і спектральними перетвореннями.
5. Нелінійні системи управління: методи дослідження, автоколивання, стійкість.
6. Методи оптимального управління: принцип максимуму, метод динамічного програмування.
7. Задача аналітичного конструювання оптимального регулятора і її розв’язок.
8. Задача оцінювання вектора стану у детермінованих та стохастичних системах: спостерігаючи пристрої, фільтр Калмана.

# 5. Механіка деформованого твердого тіла

1. Теорія напружень. Гіпотеза суцільності, деформованості, ізотропності, однорідності. Поняття про напруження. Тензор напружень, його компоненти, правило знаків. Напруження на похилих площадках.
2. Рівняння рівноваги елементарного тетраедру. Закон парності дотичних напружень.
3. Формули перетворення компонентів напружень. Головні напруження. Інваріанти тензора напружень.
4. Рівняння рівноваги елементарної трикутної призми. Диференціальні рівняння рівноваги та статичні граничні умови.
5. Теорія деформацій. Поняття про переміщення точки тіла. Компоненти вектора переміщення. Поняття про деформації тіла у точці, тензор деформації.
6. Залежності між компонентами деформації та складовими переміщення точки тіла, співвідношення Коші. Рівняння спільності деформацій Сен- Венана.
7. Фізичні рівняння. Закон Гуку при одноосьовому напруженому стані. Узагальнений закон Гуку для лінійно-пружного ізотропного тіла.
8. Основні рівняння теорії пружності та їх огляд. Два шляхи розв’язання задач теорії пружності.
9. Розв’язання задачі теорії пружності в переміщеннях, рівняння Ламе.
10. Розв’язання задачі теорії пружності у напруженнях, рівняння Бельтрамі- Мітчелла.

# 