

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ВОЛИНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ЛЕСІ УКРАЇНКИ**

**«Затверджено»**

Голова приймальної комісії

Волинського національного  
університету імені Лесі Українки

Анатолій ЦЬОСЬ

«25 березня» 2022 р.



**ПРОГРАМА  
ВСТУПНОГО ІСПИТУ ДО АСПРАНТУРИ  
ДЛЯ ВСТУПУ НА НАВЧАННЯ НА ОСНОВІ ОСВІТНЬОГО СТУПЕНЯ  
МАГІСТРА (ОСВІТНЬО-КВАЛІФІКАЦІЙНОГО РІВНЯ СПЕЦІАЛІСТА)  
ДЛЯ ЗДОБУТТЯ СТУПЕНЯ ДОКТОРА ФІЛОСОФІЇ (PhD)  
ГАЛУЗІ ЗНАНЬ 11 МАТЕМАТИКА ТА СТАТИСТИКА  
ЗІ СПЕЦІАЛЬНОСТІ 113 ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА  
(освітньо-наукова програма – «Математика та статистика»)**

## АНОТАЦІЯ

Програма складена відповідно до вимог Міністерства освіти і науки України, закону України від 06 вересня 2014 р. «Про вищу освіту», постанови КМ України від 23 березня 2016 р. № 261 «Про затвердження Порядку підготовки здобувачів вищої освіти ступеня доктора філософії та доктора наук у вищих навчальних закладах (наукових установах)» зі змінами та наказу Міністерства освіти і науки України від 15.10.2020 р. № 1285

«Умови прийому на навчання для здобуття вищої освіти в 2021 році», Положення про підготовку здобувачів вищої освіти ступеня доктора філософії в аспірантурі.

Програму підготовлено в обсязі програми вищої освіти магістра з спеціальності 113 Прикладна математика.

Вимоги до рівня підготовки вступників – знання повного університетського курсу вищої математики з додатковими спеціальними розділами, основ теоретичної механіки та механіки деформованого твердого тіла, чисельних методів розв'язання диференціальних рівнянь у звичайних та частинних похідних, методів математичного моделювання.

## ЗМІСТ ПРОГРАМИ

### **Тема «Диференціальні рівняння. Рівняння математичної фізики»**

Основні поняття диференціальних рівнянь. Диференціальні рівняння 1-го порядку та 2-го порядку, що допускають зниження порядку. Лінійні диференціальні рівняння. Системи лінійних диференціальних рівнянь. Вступ до теорії стійкості руху, основні поняття. Основні рівняння математичної фізики.

#### *Рекомендована література:*

1. Перестюк М.О. Теорія рівнянь математичної фізики. Навч. Посібник / М.О. Перестюк, В.В. Маринець. – Київ: Либідь, 2001. – 336 с.
2. Самойленко А.М. Диференціальні рівняння / А.М. Самойленко, М.О. Перестюк, І.О. Парасюк. – Київ: Либідь, 1994. – 337 с.
3. Высшая математика: Учебное пособие: В 4 т. Решение задач и выполнение типовых расчетов / под ред. Л.В.Курпа – 2006.
4. Шкіль М.І. Звичайні диференціальні рівняння / М.І. Шкіль, М.А. Сотніченко. – Київ: Вища школа, 1992. – 350 с.
5. Бойко Б.Т. Уравнения математической физики / Б.Т. Бойко, Л.В. Курпа, Ю.Ф.Сенчук. – Харків: Бизнес-Информ, НТУ «ХПИ», 2002. – 288 с.

### **Тема «Математичне моделювання. Чисельні методи»**

Елементи теорії функцій і функціонального аналізу. Методи оптимізації. Основи варіаційного числення. Чисельні методи. Методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Принципи математичного моделювання.

#### *Рекомендована література:*

1. Чисельні методи: підручник / М.Я.Лященко, М.С.Головань. – Київ: Либідь, 1996. – 288 с.
2. Чисельні методи в інформатиці: підручник / Л.П. Фельдман, А.І. Петренко, О.А. Дмитрієва. – Київ: Видавнича група ВНУ, 2006. – 480 с.
3. Leader, Jeffery J. Numerical Analysis and Scientific Computation / Jeffery J. Leader. – Addison Wesley, 2004. – 521 p.
4. Ronto N.I. Numerical – analytic methods in the theory of boundary-value problems / N.I. Ronto, A.M. Samoilenko. – World Scientific, 2000 – 415 p.
5. Рудаков К.М. Чисельні методи аналізу в динаміці та міцності конструкцій: навч. посібник / К.М. Рудаков – Київ: НТУУ „КПІ”, 2007 – 379 с.

### **Тема «Теоретична і аналітична механіка»**

Основні поняття механіки. Закони Ньютона, основне рівняння руху точки. Кінематика точки. Складний рух точки. Поняття "узагальнені координати". Узагальнені сили. Загальні теореми динаміки системи матеріальних точок. Основне рівняння динаміки. Варіаційні принципи механіки. Лінійні коливання. Поняття орієнтації твердого тіла в просторі.

#### *Рекомендована література:*

1. Теоретична механіка: підручник / М.А. Павловський. – Київ: Техніка, 2002. – 512 с.
2. Аналітична механіка: підручник / М.А. Павловський, В.І. Заплатний. – Київ: НМК ВО, 1990. – 144 с.
3. Морачковский О.К. Анализ статики и кинематики: учеб. пособие / О.К. Морачковский, Ю.Л. Тарсис. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2005. – 224 с.
4. Морачковский О.К. Информационные технологии в аналитической механике: учеб. пособие: для студ. спец. «Компьютерные науки», «Механика» и «Прикладная математика» инж. физ. фак. / О.К. Морачковский, Д.В. Лавинский. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2007. – 185 с.

### **Тема «Основи теорії управління»**

Основні поняття і визначення. Поняття про систему управління. Задачі аналізу, синтезу, ідентифікації. Аналіз стійкості, керованості, спостережливості, чутливості. Нелінійні системи управління: методи дослідження, автоколивання, стійкість. Методи оптимального управління: принцип максимуму, метод динамічного програмування.

#### *Рекомендована література:*

1. Автоматичне керування рухомими об'єктами та технологічними процесами. Підручник у 3х томах. За заг. ред. Є.Є Александрова. Т1. Теорія автоматичного керування / Є.Є. Александров, Е.П. Козлов, Б.І. Кузнецов. – Харків: НТУ «ХПИ», 2002. – 490 с.
2. Автоматичне керування рухомими об'єктами та технологічними процесами. Підручник у 3х томах. За заг. ред. Є.Є Александрова. Т2. Автоматичне керування рухом літальних апаратів / Є.Є. Александров, Е.П. Козлов, Б.І. Кузнецов. – Харків: НТУ «ХПИ», 2002. – 528 с.
3. Ігдалов Й.М. Ракети-носії і космічні ступені ракет як об'єкти керування / Й.М. Ігдалов, Л.Д. Кучма, М.В. Поляков, Ю.Д. Шептун. – Дніпропетровськ: АРТ-ПРЕСС, 2004. – 564 с.
4. Kilian Ch. Modern Control Technology. Thompson Delmar Learning. / Christopher Kilian – 2005. – 648 p.

## **Тема «Механіка деформованого твердого тіла»**

Теорія пружності. Теорія напружень. Диференціальні рівняння рівноваги та статичні граничні умови. Теорія деформацій. Поняття про переміщення точки тіла. Фізичні рівняння. Основні рівняння теорії пружності. Теорія пластичності та повзучості. Основні закони теорії повзучості при одновісному навантаженні.

### *Рекомендована література:*

1. Можаровський М.С. Теорія пружності, пластичності та повзучості / М.С. Можаровський. – Київ: Вища школа, 202. – 308 с.
2. Морачковський О.К. Тензорні основи теорії пружності: навч. посібник / О.К. Морачковський. – Київ: НМК ВО, 1992. – 88 с.
3. Божидарник В.В. Елементи теорії пружності / В.В. Божидарник, Г.Т. Сулим – Львів: Світ, 1994. — 560 с.
4. Lemaitre J. Mechanics of solid materials / J. Lemaitre, J. L. Chaboche. – Cambridge: University press, 1994. – 556 p.

## **ПЕРЕЛІК ЗАПИТАНЬ ВСТУПНОГО ВИПРОБОВУВАННЯ**

### **1. Диференціальні рівняння. Рівняння математичної фізики**

1. Диференціальні рівняння – основні поняття. Теорема щодо існування та єдності розв'язку задачі Коші. Диференціальні рівняння 1-го порядку та 2-го порядку, що допускають зниження порядку.
2. Лінійні диференціальні рівняння. Структура розв'язків лінійних однорідних та неоднорідних диференціальних рівнянь. Лінійні однорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Розв'язання лінійних диференціальних рівнянь операційним методом.
3. Системи лінійних диференціальних рівнянь.
4. Метод послідовних наближень для розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь. Метод малого параметру.
5. Вступ до теорії стійкості руху, основні поняття. Визначення стійкості за Ляпуновим.
6. Основні рівняння математичної фізики. Отримання основних рівнянь математичної фізики.
7. Рівняння гіперболічного типу. Коливання струн та стрижнів. Крайові та початкові умови. Задача Коші. Редукція загальної задачі. Метод Фур'є (відокремлення змінних).
8. Рівняння параболічного типу. Розповсюдження тепла у просторі. Однорідна крайова задача. Застосування методу відокремлення змінних для розв'язання задач стаціонарної теплопровідності.
9. Рівняння еліптичного типу. Задачі, що призводять до рівняння Лапласу. Розв'язок задач для диференціальних рівнянь еліптичного типу з частинними похідними методом Фур'є.
10. Гармонійні функції. Формули Гріну. Властивості гармонійних функцій. Метод функцій Гріну. Задача Дирихле для рівнянь Лапласу. Основи теорії потенціалу.

### **2. Математичне моделювання. Чисельні методи.**

1. Елементи теорії функцій і функціонального аналізу. Метричні та нормовані простори. Принцип стиснутих відображень.
2. Ортогональні системи функцій. Узагальнені ряди Фур'є. Перетворення Лапласа. Лінійні оператори. Власні функції і власні значення лінійного оператора.

3. Методи оптимізації. Умови екстремуму функції багатьох змінних. Постановка задач оптимізації.
4. Необхідні і достатні умови безумовного екстремуму. Необхідні і достатні умови умовного екстремуму.
5. Чисельні методи пошуку безумовного екстремуму. Метод Ньютона. Чисельні методи пошуку умовного екстремуму.
5. Основи варіаційного числення. Варіаційні задачі пошуку безумовного екстремуму. Метод варіацій у задачах з нерухомими і рухомими межами.
6. Чисельні методи. Методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь.
7. Метод простої ітерації, метод Ньютона і його модифікації. Методи розв'язання задач про власні значення і власні вектори матриці.
8. Задача інтерполяції. Задача апроксимації. Метод найменших квадратів. Чисельні методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь. Методи розв'язання крайових задач.
9. Принципи математичного моделювання. Основні принципи математичного моделювання. Методи побудови математичних моделей на основі фундаментальних законів природи. Принципи адекватності та оптимальності у виборі моделі.
11. Дискретність і безперервність. Вибір числа ступенів свободи. Лінійність і нелінійність. Детермінованість і випадковість. Контроль моделі. Методи аналізу і спрощення моделі. Стійкість моделі. Математичні моделі у наукових дослідженнях.

### **3. Теоретична і аналітична механіка**

1. Основні поняття механіки: простір, час, маса, сила, рух; матеріальні тіла і точки. Основні розділи механіки.
2. Закони Ньютона, основне рівняння руху точки.
3. Кінематика точки. Основні поняття кінематики (траєкторія, швидкість, прискорення). Кінематика твердого тіла. Поняття "кількість ступенів свободи".
4. Складний рух точки. Локальна похідна. Швидкість і прискорення при складному русі.
5. Поняття "узагальнені координати". Узагальнені сили.
6. Загальні теореми динаміки системи матеріальних точок. Теореми про змінювання кількості руху, про рух центра мас і про змінювання моменту кількості руху.
7. Основне рівняння динаміки (варіаційний принцип Даламбера-Лагранжа). Рівняння Лагранжа другого роду.
8. Варіаційні принципи механіки. Принцип Гамільтона-Остроградського.
9. Лінійні коливання. Вільні і вимушені коливання. Лінійний резонанс.
10. Поняття орієнтації твердого тіла в просторі. Кінематичні параметри: матриця напрямних косинусів, кути Ейлера, Крилова, кватерніони. Кінематичні та динамічні рівняння обертання твердого тіла.

### **4. Основи теорії управління**

1. Основні поняття і визначення. Поняття про систему управління. Об'єкт управління. Принцип зворотного зв'язку.
2. Приклади систем управління. Функціональні і структурні схеми. Класифікація математичних моделей систем управління.
3. Задачі аналізу, синтезу, ідентифікації. Аналіз стійкості, керованості, спостережливості, чутливості.
4. Опис лінійних безперервних систем диференціальними рівняннями, передавальними

функціями і у векторно-матричній формі, перехідними функціями, інтегральними і спектральними перетвореннями.

5. Нелінійні системи управління: методи дослідження, автоколивання, стійкість.
6. Методи оптимального управління: принцип максимуму, метод динамічного програмування.
7. Задача аналітичного конструювання оптимального регулятора і її розв'язок.
8. Задача оцінювання вектора стану у детермінованих та стохастичних системах: спостерігаючи пристрої, фільтр Калмана.

### 5. Механіка деформованого твердого тіла

1. Теорія напружень. Гіпотеза суцільності, деформованості, ізотропності, однорідності. Поняття про напруження. Тензор напружень, його компоненти, правило знаків. Напруження на похилих площадках.
2. Рівняння рівноваги елементарного тетраедру. Закон парності дотичних напружень.
3. Формули перетворення компонентів напружень. Головні напруження. Інваріанти тензора напружень.
4. Рівняння рівноваги елементарної трикутної призми. Диференціальні рівняння рівноваги та статичні граничні умови.
5. Теорія деформацій. Поняття про переміщення точки тіла. Компоненти вектора переміщення. Поняття про деформації тіла у точці, тензор деформації.
6. Залежності між компонентами деформації та складовими переміщення точки тіла, співвідношення Коші. Рівняння спільності деформацій Сен-Венана.
7. Фізичні рівняння. Закон Гуку при одноосьовому напруженому стані. Узагальнений закон Гуку для лінійно-пружного ізотропного тіла.
8. Основні рівняння теорії пружності та їх огляд. Два шляхи розв'язання задач теорії пружності.
9. Розв'язання задачі теорії пружності в переміщеннях, рівняння Ламе.
10. Розв'язання задачі теорії пружності у напруженнях, рівняння Бельтрамі-Мітчелла.

### КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Завдання вступного іспиту оцінюється за чотирьох бальною системою: «відмінно», «добре», «задовільно», «незадовільно».

При оцінці знань за основу слід брати повноту і правильність виконання завдань. Загальна оцінка визначається як середня виважена з оцінок відповідей на усі запитання.

Оцінка за 4 бальною системою	Характеристика відповіді
Відмінно (5)	Вступник: - досконало володіє теоретичним навчальним матеріалом для ґрунтовної відповіді на поставлені питання; - глибоко і повно оволодів понятійним апаратом, вільно та аргументовано висловлює власні думки; - демонструє культуру спеціальної мови і використовує сучасну технологічну термінологію, цілісно, системно, у логічній послідовності дає відповідь на поставлені запитання; - творчо використовує знання для розв'язання практичних завдань.

Добре (4)	<p>Вступник:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- володіє теоретичним навчальним матеріалом для відповіді на поставлені питання;</li> <li>- здатний застосовувати вивчений матеріал на рівні стандартних ситуацій; наводити окремі власні приклади на підтвердження певних тверджень;</li> <li>- грамотно викладає відповідь, але зміст і форма відповіді мають окремі неточності, припускає 2-3 неprincipові помилки, які вміє виправити, добираючи при цьому аргументи для підтвердження певних дій.</li> </ul>
Задовільно (3)	<p>Вступник:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- частково володіє навчальним матеріалом, здатний логічно відтворити значну його частину;</li> <li>- виявляє знання і розуміння основних положень навчального матеріалу, але викладає його неповно, непослідовно, припускається неточностей у визначеннях понять, у застосуванні знань для вирішення практичних задач, не вміє доказово обґрунтувати свої думки;</li> <li>- завдання виконує, але припускає методологічні помилки.</li> </ul>
Незадовільно (2)	<p>Вступник: - має розрізнені безсистемні знання;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- володіє матеріалом на елементарному рівні засвоєння, викладає його безладно, уривчастими реченнями;</li> <li>- припускає помилки у визначенні термінів, які приводять до викривлення їх змісту;</li> <li>- припускає принципові помилки при вирішенні практичних завдань;</li> <li>- не відповідає (або дає неповні, неправильні відповіді) на основні та додаткові питання.</li> </ul>

Відповідальний секретар



Олег ДИКИЙ